# FÍSICA II – EXAMEN JUNIO 2008

Test 1

Fiíjate que "a lo largo de un círculo" es incorrecto, solo por eso y siendo rigurosos habría que marcar la opción e). Lo que querían decir es "a lo largo de una circunferencia".

La circulación del vector $\vec{V} = \vec{k} \wedge \vec{r}$ a lo largo de un círculo de radio $R$ situado en el plano horizontal vale:

a) $2\pi R$
b) $4\pi R$
c) $\pi R^2$
d) $2\pi R^2$
e) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Hay que fijarse que al no darnos el sentido en que se recorre la curva la respuesta no puede ser única así pues la respuesta correcta es la opción e).
De todas formas os hago los cálculos para que veais como queda:

$$\vec{k} \wedge \vec{r} \;=\; \vec{k} \wedge (x\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}) \;=\; \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ x & y & z \end{vmatrix} \;=\; x\,\vec{j} - y\,\vec{i}$$

$$\int_C \vec{V} \cdot d\vec{l} \;= \int_C (x\,\vec{j} - y\,\vec{i}) \cdot (dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j} + dz\,\vec{k}) = \int_C x\,dy - y\,dx$$

Si ahora parametrizamos la circunferencia en sentido horario:

$$\begin{cases} x = R\cos\theta \;\Rightarrow\; dx = -R\,\mathrm{sen}\,\theta\, d\theta \\ y = R\,\mathrm{sen}\,\theta \;\Rightarrow\; dy = R\cos\theta\, d\theta \end{cases}$$

Recuerda que una curva puede ser parametrizada de muchas formas distintas (infinitas)

$$\int_C x\,dy - y\,dx = \int_0^{2\pi} R\cos\theta \cdot R\cos\theta d\theta \;-\; R\,\mathrm{sen}\,\theta \cdot (-R\,\mathrm{sen}\,\theta d\theta) =$$
$$= \int_0^{2\pi} R^2(\cos^2\theta + \mathrm{sen}^2\,\theta) d\theta \;=\; R^2 \int_0^{2\pi} d\theta \;=\; R^2 2\pi$$

Pero si elegimos parametrizar la circunferencia de otra forma (por ejemplo, recorrida en sentido antihorario):

$$\begin{cases} x = R\cos\theta \;\Rightarrow\; dx = -R\,\mathrm{sen}\,\theta\, d\theta \\ y = -R\,\mathrm{sen}\,\theta \;\Rightarrow\; dy = -R\cos\theta\, d\theta \end{cases}$$

$$\int_C x\,dy - y\,dx = \int_0^{2\pi} R\cos\theta \cdot (-R\cos\theta d\theta) \;-\; (-R\,\mathrm{sen}\,\theta) \cdot (-R\,\mathrm{sen}\,\theta d\theta) =$$
$$= -\int_0^{2\pi} R^2(\cos^2\theta + \mathrm{sen}^2\,\theta) d\theta \;=\; -R^2 \int_0^{2\pi} d\theta \;=\; -R^2 2\pi$$

Por tanto, como hemos dicho al principio, el valor de la circulación depende del sentido de giro escogido por lo que la respuesta correcta es la e).

Respuesta correcta: **e)**

Test 2

Para dos vectores cualesquiera $\vec{u}$ y $\vec{v}$, el vector $\nabla(\vec{u}\cdot\vec{v})$ cumple que:

a) Es nulo si $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son paralelos.
b) Es nulo si $\vec{u}$ o $\vec{v}$ es un vector constante.
c) Está en el plano definido por $\vec{u}$ y $\vec{v}$.
d) Es perpendicular al plano definido por $\vec{u}$ y $\vec{v}$.
e) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Decir "paralelos" equivale a decir "proporcionales"

La opción a) es falsa, basta el siguiente contraejemplo: $\vec{u} = (x,x,x)$, $\vec{v} = (2x,2x,2x)$

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = (x,x,x)\cdot(2x,2x,2x) = 6x^2$$

$$\nabla(\vec{u}\cdot\vec{v}) = \nabla(6x^2) = \frac{\partial(6x^2)}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial(6x^2)}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial(6x^2)}{\partial z}\vec{k} = 12x\vec{i} \;\Rightarrow\; \nabla(\vec{u}\cdot\vec{v}) = (12x,0,0)$$

La opción b) es falsa, basta el siguiente contraejemplo: $\vec{u} = (1,2,3)$, $\vec{v} = (2x,2x,2x)$

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = (1,2,3)\cdot(2x,2x,2x) = 11x$$

$$\nabla(\vec{u}\cdot\vec{v}) = \nabla(11x) = \frac{\partial(11x)}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial(11x)}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial(11x)}{\partial z}\vec{k} = 11x\vec{i} \;\Rightarrow\; \nabla(\vec{u}\cdot\vec{v}) = (11,0,0)$$

Realmente el enunciado no es exacto ya que para definir un plano se necesitan dos vectores y un punto

Para la opción c) hace falta tener claro que decir "$\nabla(\vec{u}\cdot\vec{v})$ está en el plano definido por $\vec{u}$ y $\vec{v}$" es equivalente a decir "$\nabla(\vec{u}\cdot\vec{v})$ es combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$"
Hecha la aclaración, la opción c) es falsa, basta el siguiente contraejemplo: $\vec{u} = (x,z,0)$, $\vec{v} = (2x,z,0)$

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = (x,z,0)\cdot(2x,z,0) = 2x^2 + z^2$$

$$\nabla(\vec{u}\cdot\vec{v}) = \frac{\partial(\vec{u}\cdot\vec{v})}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial(\vec{u}\cdot\vec{v})}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial(\vec{u}\cdot\vec{v})}{\partial z}\vec{k} = 4x\vec{i} + 2z\vec{k} \;\Rightarrow\; \nabla(\vec{u}\cdot\vec{v}) = (4x,0,2z)$$

Para la opción d) hace falta tener claro que decir "$\nabla(\vec{u}\cdot\vec{v})$ es perpendicular al plano definido por $\vec{u}$ y $\vec{v}$" es equivalente a decir "$\nabla(\vec{u}\cdot\vec{v})$ es paralelo al vector $\vec{u}\wedge\vec{v}$"
Hecha la aclaración, la opción d) es falsa, basta el mismo contraejemplo anterior:
$\vec{u} = (x,z,0)$, $\vec{v} = (2x,z,0)$

$$\vec{u}\wedge\vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & z & 0 \\ 2x & z & 0 \end{vmatrix} = xz\vec{k} - 2xz\vec{k} = -xz\vec{k} \;\Rightarrow\; \vec{u}\wedge\vec{v} = (0,0,-xz)$$

Se observa que $\vec{u}\wedge\vec{v} = (0,0,-xz)$ no es paralelo a $\nabla(\vec{u}\cdot\vec{v}) = (4x,0,2z)$.

Por tanto, la opción correcta es la e).

Respuesta correcta: **e)**

Test 3

En magnetostática se puede asegurar que el potencial del vector $\vec{A}$ de un campo magnético $\vec{B}$ cumple:

a) $\nabla \cdot \vec{A} = 0$

b) $\nabla \wedge \vec{A} = 0$

c) $\nabla^2 \vec{A} = 0$

d) $\vec{A} = \nabla \wedge \vec{B}$

e) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Esta pregunta es de teoría, la respuesta está en la página T-10.3 (también la podeis encontrar en los Guiones pág. 43) donde dice que siempre se debe cumplir:

$$\nabla \cdot \vec{A} = 0$$

Respuesta correcta: **a)**

Test 4

Sea un condensador esférico, de radio $R_1$ y $R_2$, cargado con carga $Q$ y lleno de dieléctrico de constante $k$. Las cargas de polarización en las superficies interior (int) y exterior (ext) del dieléctrico cumplen que:

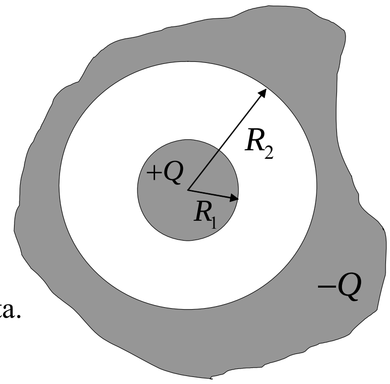
a) $Q_{p(ext)} = Q_{p(\text{int})}$

b) $Q_{p(ext)} = -Q\dfrac{R_1^2}{R_2^2}$

c) $\sigma_{p(ext)} = -\sigma_{p(\text{int})}$

d) $\sigma_{p(ext)} = -\sigma_{p(\text{int})}\dfrac{R_1^2}{R_2^2}$

e) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.




El campo eléctrico se obtiene aplicando el teorema de Gauss

El campo eléctrico dentro del dieléctrico viene dado por: $\vec{E} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}\vec{u}_r = \dfrac{Q}{4\pi k\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r$

El vector polarización es: $\vec{P} = \varepsilon_0(k-1)\vec{E} = \varepsilon_0(k-1)\dfrac{Q}{4\pi k\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r = \dfrac{(k-1)Q}{4\pi k r^2}\vec{u}_r$

El vector unitario es siempre SALIENTE de la superficie del dieléctrico

$$\sigma_{p(\text{int})} = \vec{P}(r=R_1)\cdot(-\vec{u}_r) = -\frac{(k-1)Q}{4\pi k R_1^2}\vec{u}_r\cdot\vec{u}_r = -\frac{(k-1)Q}{4\pi k R_1^2}$$

$$\sigma_{p(ext)} = \vec{P}(r=R_2)\cdot\vec{u}_r = \frac{(k-1)Q}{4\pi k R_2^2}\vec{u}_r\cdot\vec{u}_r = \frac{(k-1)Q}{4\pi k R_2^2}$$

$$\frac{\sigma_{p(ext)}}{\sigma_{p(\text{int})}} = \frac{\dfrac{(k-1)Q}{4\pi k R_2^2}}{-\dfrac{(k-1)Q}{4\pi k R_1^2}} = -\frac{\cancel{4\pi k}\,R_1^2\,\cancel{(k-1)Q}}{\cancel{4\pi k}\,R_2^2\,\cancel{(k-1)Q}} = -\frac{R_1^2}{R_2^2} \Rightarrow \sigma_{p(ext)} = -\frac{R_1^2}{R_2^2}\sigma_{p(\text{int})}$$

Respuesta correcta: **d)**

Test 5

Importante:
El hueco donde están las dos cargas está rodeado por el conductor pero NO es el interior del conductor. El interior del conductor es la zona rayada.

Un conductor con carga $Q$ tiene un hueco donde hay dos cargas $+Q$ y $-Q$. Se cumple que:

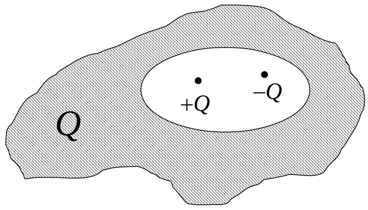
a) En el hueco $\vec{E}=0$.

b) En la región exterior $\vec{E}=0$.

c) La carga en la superficie interior del conductor es $Q$.

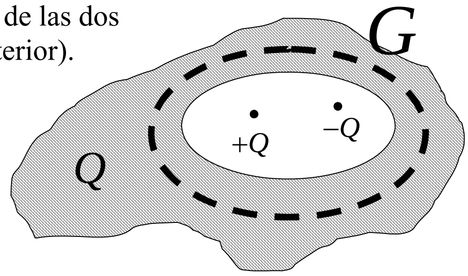
d) La carga en la superficie exterior del conductor es $Q$.

e) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.




La opción a) es falsa ya que en el hueco hay dos cargas que crean campo eléctrico, por tanto en el hueco $\vec{E}\neq 0$.

La carga $Q$ del conductor tendrá que estar en alguna de las dos superficies que tiene el conductor (la interior o la exterior). Trazamos una superficie gaussiana $G$ cerrada contenida en el interior del conductor y rodeando el hueco. Llegamos a la conclusión de que en la superficie interior del conductor no puede existir carga porque en ese caso la carga quedaría dentro de la superficie gaussiana y no sería nula lo que significa que habría flujo de campo a través de $G$, lo cual es imposible ya que por tratarse del interior de un conductor (zona rayada) no puede existir campo y por consiguiente tampoco flujo.




Por tanto toda la carga del conductor debe situarse en su superficie exterior del conductor.

Finalmente la opción b) es falsa ya que en la región exterior existe campo creado por la carga Q de la superficie exterior del conductor.

Respuesta correcta: **d)**

Test 6

En electrostática de dieléctricos se puede asegurar que:

a) $\nabla\cdot\vec{D}=\dfrac{\rho_e^*}{\varepsilon_0}$

b) $k\nabla\cdot\vec{D}=\rho_e^*$

c) $k\nabla\cdot\vec{E}=\dfrac{\rho_e^*}{\varepsilon_0}$

d) $k\nabla\cdot\vec{E}=\rho_e^*$

e) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

La primera ecuación de Maxwell para medios materiales (página T-14.2) es la siguiente:

$$\nabla\cdot\vec{D}=\rho_e^*$$

que no se corresponde con ninguna de las cuatro opciones que proporciona el enunciado. Ahora bien, si tenemos en cuenta que $\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$ y que $\varepsilon=k\varepsilon_0$ podemos manipular la anterior ecuación para intentar obtener alguna de las opciones que nos proponen:

$$\nabla\cdot\vec{D}=\rho_e^* \Rightarrow \nabla\cdot(\varepsilon\vec{E})=\rho_e^* \Rightarrow \nabla\cdot(k\varepsilon_0\vec{E})=\rho_e^* \Rightarrow \varepsilon_0\nabla\cdot(k\vec{E})=\rho_e^* \Rightarrow \nabla\cdot(k\vec{E})=\frac{\rho_e^*}{\varepsilon_0}$$

llegamos a la conclusión de que ninguna de las opciones del enunciado es correcta.

OJO: La opción c) es muy parecida a lo que hemos obtenido nosotros pero debemos recordar que la permitividad relativa no tiene porqué ser constante $k = k(\vec{r})$ y por ello no la podemos sacar fuera del operador nabla

Respuesta correcta: **e)**

Test 7

En un circuito formado por pilas y resistencias hay $N$ nudos y $M$ mallas independientes. Llamando $C$ a las ramas del circuito, podemos asegurar que:
a) $C = M + N - 2$
b) $C = M + N - 1$
C) $C = M + N + 1$
D) $C = M + N + 2$
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Esta pregunta es de teoría, la respuesta está en la página T-12.4 (también la podeis encontrar en los Guiones pág. 57) donde dice que siempre se debe cumplir:

$$M = R - (N-1) \;\Rightarrow\; R = M + (N-1) \;\Rightarrow\; R = M + N - 1$$

Respuesta correcta: **b)**

Test 8

La resistencia eléctrica puede medirse en:
a) $1/\Omega$
b) $VS/C$
c) $1/s$
d) $C/V$
e) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Las unidad de resistencia eléctrica es el ohmio (Ω). Utilizando la ley de Ohm $R = \dfrac{V}{I}$ también se puede expresar el ohmio en función del voltio y del amperio.

$$\Omega \equiv \frac{V}{A} \equiv V \cdot A^{-1}$$

OJO: Teniendo en cuenta que la corriente se define como $I = Q/t$ se puede expresar el amperio en función del culombio y del segundo:

$$\Omega \equiv \frac{V}{A} \equiv \frac{V}{C/s} \equiv \frac{V\,s}{C}$$

El siemens es la unidad de conductancia que es la inversa de la resistencia: $S = 1/\Omega = \Omega^{-1}$

Al siemens también se le puede llamar mho y denotarse ℧

Sin embargo hay que tener cuidado porque la opción b) es incorrecta pues la $S$ (mayúscula) se utiliza para representar siemens, no segundos. El símbolo del segundo es siempre una $s$ MINÚSCULA.

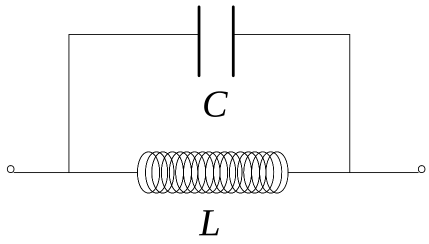
La definición de segundo (s) está en los Guiones pág. 80 y la de siémens ($S$) también está en los Guiones pág. 82.

Respuesta correcta: **e)**

Test 9

La frecuencia propia del circuito de la figura es $\omega$. Al añadir en paralelo tres condensadores iguales al ya existente, su nueva frecuencia propia es:

a) $2\omega$
b) $\omega/2$
c) $4\omega$
d) $\omega/4$
e) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.




Al resolver el circuito LC (ver ejercicio 3 del Tema 15) la corriente viene dada por:

$$I = \frac{Q_0}{\sqrt{LC}}\,\mathrm{sen}\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$$

Al valor que acompaña al tiempo t dentro del seno se le denomina **frecuencia propia** del oscilador:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Si añadimos tres condensadores en paralelo con el ya existente tenemos cuatro condensadores en paralelo cuya capacidad equivalente será:

Recuerda que los condensadores en paralelo se asocian igual que las resistencias en serie

$$C_{eq} = C + C + C + C = 4C$$

Así pues sustituyendo los cuatro condensadores en paralelo por su condensador equivalente $C_{eq}$ nos queda un circuito LC cuya nueva frecuencia propia será:

$$\omega' = \frac{1}{\sqrt{LC_{eq}}} = \frac{1}{\sqrt{L4C}} = \frac{1}{2\sqrt{LC}} = \frac{\omega}{2}$$

Respuesta correcta: **b)**

Test 10

Para una onda plana con vector de onda $\vec{k}$ podemos asegurar que:

a) $\vec{B} \wedge \vec{E} = \frac{1}{c}\frac{\vec{k}}{k}E^2$

b) $\vec{E} \wedge \vec{B} = \frac{1}{c}\frac{\vec{k}}{k}E^2$

c) $\vec{B} \wedge \vec{E} = c\frac{\vec{k}}{k}E^2$

d) $\vec{E} \wedge \vec{B} = c\frac{\vec{k}}{k}E^2$

e) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Sabemos por la teoría que el vector de onda $\vec{k}$ y el vector de Poynting $\vec{S}$ coinciden en dirección y sentido (ambos apuntan hacia donde se propaga la onda). Además por definición sabemos que:

Recuerda que:
$\vec{B} = \mu\vec{H}$

$$\vec{S} = \vec{E} \wedge \vec{H} = \vec{E} \wedge \frac{\vec{B}}{\mu} = \frac{1}{\mu}(\vec{E} \wedge \vec{B})$$

Además se sabe que $\vec{E}$ y $\vec{H}$ son siempre perpendiculares y por tanto $\vec{E}$ y $\vec{B}$ también son perpendiculares (forman un ángulo de 90º).

Teniendo en cuenta que $\frac{\vec{k}}{k}$ no es más que un vector unitario que apunta en la misma dirección y sentido de $\vec{k}$ podemos concluir que $\frac{\vec{k}}{k}$ y $\vec{E} \wedge \vec{B}$ tienen la misma dirección y sentido. Con esto basta para descartar las opciones a) y c).

De las otras dos opciones restantes b) y d) estudiamos su módulo para ver cual es cierta.

Recuerda que:
$|\vec{E}| = c\,|\vec{B}|$

$$|\vec{E} \wedge \vec{B}| = |\vec{E}||\vec{B}|\text{sen}\,90^\circ = |\vec{E}||\vec{B}| = |\vec{E}|\frac{|\vec{E}|}{c} = \frac{1}{c}|\vec{E}|^2 == \frac{1}{c}E^2$$

Por tanto la respuesta correcta es la b).

Respuesta correcta: **b)**

# MONTERO ESPINOSA

## Preparación exclusiva para la ETSI Aeronáuticos